

موقعیت‌یابی غیرفعال ماهواره با استفاده از داده‌های فقط زاویه‌ای سمت-ارتفاع

ایرج هادی نژاد¹، محمد امین امیری^{2*}

تاریخ پذیرش: 1399/08/12

تاریخ دریافت: 1399/02/08

چکیده

شناسایی و ردیابی غیرفعال یکی از ابزارهای مهم در تعیین موقعیت پنهانی اهداف و کنترل عملکرد آنها می‌باشد که امروزه این فناوری به سرعت در حال گسترش است. حسگرهای غیرفعال مانند دوربین عموماً داده‌های فقط زاویه‌ای سمت-ارتفاع از هدف را در هر اسکن ارائه می‌دهند که به تنهایی برای تعیین فاصله دقیق هدف و ردیابی آنها کافی نیست. الگوریتم‌های موقعیت‌یابی ماهواره معمولاً از 3 مشاهده زاویه‌ای متوالی توسط یک حسگر و یا دو مشاهده زاویه‌ای همزمان از دو حسگر استفاده کرده و سپس با اجرای یک تخمین اولیه از فاصله ماهواره، موقعیت آنرا پیش‌بینی می‌کنند. عدم دقت و همین‌طور حضور نویز در ثبت مشاهدات زاویه‌ای حسگر می‌تواند سبب بروز خطا در تخمین فاصله و در نتیجه موقعیت‌یابی و ردیابی غیر دقیق از ماهواره شود. به همین منظور در این مقاله روشی جدید مبتنی بر تکنیک تخمین حداقل مربعات پیشنهاد شده است که می‌تواند با استفاده از داده‌های فقط زاویه‌ای سمت-ارتفاع دو حسگر غیرفعال، نسبت به روش‌های موجود، فاصله‌سنجی و موقعیت‌یابی دقیقتری از ماهواره ارائه کند. نتایج شبیه‌سازی نشان‌دهنده قابلیت کاربردی این الگوریتم در تعیین موقعیت پنهانی ماهواره می‌باشد.

واژگان کلیدی: فاصله‌سنجی غیرفعال، داده‌های فقط-زاویه‌ای، تخمین حداقل مربعات، موقعیت‌یابی.

¹ دانشجوی دکتری، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع دانشگاهی برق و کامپیوتر

² استادیار، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع دانشگاهی برق و کامپیوتر



1. مقدمه

به طور کلی روش‌های فاصله‌یابی یک هدف را می‌توان به دو دسته فعال و غیرفعال تقسیم‌بندی کرد. ایده اصلی یک روش فعال برای فاصله‌سنجی براساس اندازه‌گیری زمان بین سیگنال ارسالی از حسگر فعال و سیگنال برگشتی از هدف است. روش‌های فعال به سه دسته کلی شامل روش‌های لیزری، راداری و سونار تقسیم‌بندی می‌شوند [1-3]. با توجه به پیشرفت‌های صورت گرفته، امکان اصابت یک سامانه فعال با استفاده از موشک‌های ضد تشعشع وجود دارد و به این ترتیب سامانه‌ای که برای ایجاد امنیت در برابر حملات طراحی شده بود خود به یک خطر امنیتی تبدیل می‌شود.

یکی از روش‌های فعال رایج برای فاصله‌سنجی و تعیین موقعیت ماهواره، استفاده از حسگرهای راداری می‌باشد که با ارسال سیگنال و تحلیل سیگنال برگشتی از ماهواره، تعیین موقعیت لحظه‌ای انجام می‌دهد که علاوه بر آسیب‌پذیری، هزینه بالایی برای راه‌اندازی دارد [4]. فاصله‌سنجی لیزری ماهواره² نیز روشی دیگر برای اندازه‌گیری دقیق فاصله ماهواره از سطح زمین است که علاوه بر هزینه بالای راه‌اندازی و نگهداری حسگر لیزر، تنها برای تعداد محدودی از ماهواره‌ها که دارای بازتاب‌کننده لیزری هستند قابل استفاده است [5].

روش‌های غیرفعال تنها براساس دریافت سیگنال از هدف عمل می‌کنند و از هیچ انرژی ارسالی برای آشکارسازی و فاصله‌یابی هدف استفاده نمی‌کنند. در واقع در حالت غیر فعال، سامانه اندازه‌گیری برای آشکارسازی هدف، کاملاً مخفی است و این ویژگی در سیستم‌هایی که غیرقابل شناسایی بودن حسگرها در آنها بسیار حائز اهمیت است، پرکاربرد است. طرح‌های مختلفی از روش‌های فاصله‌سنجی غیرفعال براساس ویژگی‌های تشعشعی از یک هدف معرفی شده‌اند. برخی از این روش‌ها عبارتند از: تفاوت زمان دریافتی³ (TDOA)، تفاوت فرکانس دریافتی⁴ (FDOA)، روش براساس وابستگی فاصله به تضعیف اتمسفری در سیگنال‌های مادون قرمز، روش براساس

تئوری ثابت موجبر⁵، مثلث‌سازی و روش‌هایی براساس پردازش تصویر. دو روش اول، TDOA و FDOA، نیازمند این هستند که در طیف الکترومغناطیس هدف مدولاسیون امواج رادیویی موجود باشد [6]. در تضعیف اتمسفری سیگنال‌های مادون قرمز، ثابت می‌شود که سیگنال خطا دارای تناسب مستقیم با طول مسیر تضعیف یا همان فاصله است [7]. با استفاده از تئوری ثابت موجبر در محیط‌های دریایی و با تحلیل طیف پرتوهای ردیابی، فاصله‌یابی غیرفعال صورت می‌گیرد [8].

روش‌هایی نیز بر مبنای پردازش تصویر معرفی شده‌اند که برای تخمین فاصله هدف از تکنیک‌های فاصله‌سنجی بر اساس اندازه‌گیری اندازه تصویر، اندازه‌گیری شدت تصویر و یا اندازه‌گیری کنتراست هدف و پس‌زمینه تصویر استفاده کرده و بر اساس روابطی که فاصله را به پارامترهای اندازه‌گیری شده مرتبط می‌کنند، فاصله‌یابی را انجام می‌دهند [9-10]. روش دیگر برای فاصله‌یابی یک هدف، استفاده از تصاویر استریو و مکان‌یابی هدف از روی پیکسل‌های هر دو تصویر می‌باشد [11]. در این روش عمق‌یابی با ترسیم هندسی مکان هدف و سپس اندازه‌گیری زوایای آن نسبت به مراکز دو حسگر با فرض موازی بودن محورهای نوری آنها صورت می‌گیرد. زمانی که حسگرها از هم دور باشند موازی کردن محورها با مشکل روبرو خواهد شد و عملکرد عمق‌یابی در فواصل دور و به ویژه در 3-بعد دیگر دقیق نخواهد بود.

روش‌های غیرفعال برای آشکارسازی و جهت‌یابی ماهواره اغلب از حسگرهای جهت‌یاب سیگنالی (DF) [12-13] و حسگرهای اپتیکی نظیر دوربین با لنز و یا تلسکوپ [14] استفاده می‌کنند و در هر مشاهده، تنها اطلاعات زاویه‌ای سمت-ارتفاع⁶ هدف را در یک زمان مشخص اعلام می‌کنند. این روش‌ها علاوه بر داشتن مزیت هزینه پایین راه‌اندازی، شناسایی آنها نیز دشوار است. به هر حال روش‌های غیر فعال به دلیل اینکه تنها اطلاعات بردار جهت حرکت هدف را ارائه می‌دهند، دقت در تخمین فاصله و موقعیت آنها کم است.

² Satellite laser ranging³ Time difference of arrival⁴ Frequency difference of arrival⁵ Waveguide invariant⁶ Azimuth-Elevation

مراقبتی) کمک کند و اطلاعات دقیق‌تری را از مسیر حرکت ماهواره‌ها ارائه دهد. در واقع با دانستن اطلاعات مناسب از مسیر حرکتی ماهواره، امکان اتخاذ تصمیم مناسب در مواجهه با اهداف ماهواره، نظیر برقراری ارتباط و ردیابی آنها برای ساختار فرماندهی و کنترل فراهم می‌شود.

در ادامه و در قسمت دوم مفاهیم پایه مربوط به موقعیت-یابی ماهواره و سیستم‌های مختصات مربوطه ارائه می‌شوند. در قسمت سوم روش پیشنهادی برای فاصله‌سنجی غیرفعال بر اساس تخمین حداقل مربعات و روابط حاکم بر آنها مطرح می‌شود. در قسمت چهارم شبیه‌سازی و پیاده‌سازی الگوریتم پیشنهادی بر روی مسیر حرکت ماهواره به منظور بررسی تاثیر آن در بهبود تعیین موقعیت ماهواره اجرا و نتایج آن ارزیابی می‌شود. در قسمت ششم هم نتیجه‌گیری ارائه همراه پیشنهاداتی برای ادامه کار مطرح می‌شود.

2. مفاهیم پایه

تعیین موقعیت اهدافی که در فواصل دور از حسگر غیرفعال قرار می‌گیرند با اندازه‌گیری بردار مشاهدات زاویه‌ای آنها در سیستم‌های مختصات مرجع انجام می‌شود. سیستم‌های مختصات توپوستریک⁷، زمین-ثابت زمین-مرکز⁸ (ECEF) و لخت زمین-مرکز⁹ (ECI) از مهم‌ترین سیستم‌های مختصات برای تعیین موقعیت هدف در فضا می‌باشند که در این مقاله برای معرفی الگوریتم پیشنهادی مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

1-2. مختصات توپوستریک (سمت-ارتفاع-فاصله)

در این سیستم مختصات مطابق شکل 1 حسگر در مبدا مختصات می‌گیرد و صفحه اصلی xy همان صفحه افق محلی مماس بر سطح زمین می‌باشد. در اینجا محور x در جهت شرق، محور y در راستای شمال و محور z به طرف بالا و عمود بر سطح افق تعریف شده‌اند. بردار هدف در این دستگاه مطابق با شکل 1 با دو کمیت زاویه‌ای سمت A ، ارتفاع E و فاصله d بیان می‌شود. حسگرهای غیرفعال داده‌های فقط

روش‌های فاصله‌سنجی ماهواره از سطح زمین و تعیین موقعیت لحظه‌ای آنها با استفاده از داده‌های فقط زاویه‌ای یک حسگر، عموماً مبتنی بر الگوریتم‌های لاپلاس، گوس و نسخه-های بهبود یافته آنها می‌باشد [15]. در این الگوریتم‌ها از داده-های زاویه‌ای حداقل 3 مشاهده متوالی برای تخمین فاصله ماهواره از سطح زمین و سپس تعیین سرعت و موقعیت تقریبی مشاهده میانی استفاده می‌شود. در ادامه با استفاده از بردار موقعیت و سرعت تخمین زده شده، پارامترهای کپلری مدار حرکتی ماهواره محاسبه و تعیین مدار اولیه ماهواره انجام می‌شود [16]. علاوه بر این، استفاده از دو داده فقط-زاویه‌ای همزمان از دید دو حسگر غیرفعال، امکان فاصله‌سنجی و سپس موقعیت‌یابی دقیق‌تر از ماهواره را فراهم می‌کند [17-20]. در این روش‌ها با داشتن فواصل و موقعیت‌های دقیق‌تر ماهواره در زمان‌های متوالی، بردارهای سرعت ماهواره نیز با دقت بالاتری تخمین زده شده و تعیین مدار بهینه‌تری از ماهواره فراهم می‌شود. هر چه قدر دقت فاصله‌یابی و به دنبال آن موقعیت تخمین زده شده بالاتر باشد، تعیین مدار اولیه ماهواره نیز با دقت بالاتری صورت می‌گیرد. این دقت تا حد زیادی به خطای داده زاویه‌ای اندازه‌گیری شده توسط حسگر غیرفعال وابسته است.

وجود خطا ناشی از محدودیت قدرت تفکیک اندازه‌گیری حسگر و همین‌طور حضور منابع نویز در تعیین زوایای جهتی هدف توسط حسگر، امری اجتناب‌ناپذیر است که می‌تواند سبب کاهش دقت فاصله‌سنجی و در نتیجه موقعیت‌یابی ماهواره شود.

در این مقاله روشی پیشنهاد شده است که در آن با استفاده از داده‌های فقط زاویه‌ای دو حسگر غیرفعال و به کارگیری یک روش مبتنی بر حداقل مربعات خطا، فاصله و موقعیت ماهواره با دقت بالایی محاسبه می‌شود. علاوه بر این، در روش پیشنهادی از یک فیلتر پایین‌گذر به منظور کاهش اثر نویز و از یک فیلتر کالمن تطبیقی برای جبران‌سازی خطای اندازه‌گیری استفاده شده است که سبب افزایش دقت در تعیین موقعیت ماهواره شده است. استفاده از این روش می‌تواند به رصد و پایش غیرفعال اهداف ماهواره (بدون شناسایی شدن سیستم

⁷ E

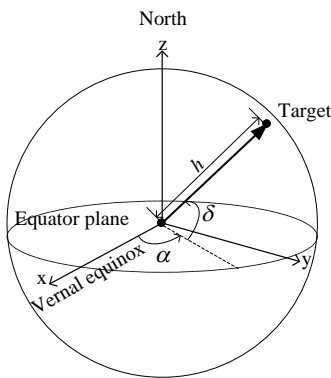
⁸ E E E

⁹ E E

سیستم مختصات ژئودتیک³ نیز نمایش دیگری از ECEF است که مطابق شکل 2 دارای دو کمیت زاویه‌ای طول جغرافیایی λ ، عرض جغرافیایی ϕ و یک کمیت طولی h می‌باشد و برای اهداف نزدیک سطح زمین مناسب است.

2-3. سیستم مختصات ECI

چارچوب مختصات ECI مطابق شکل 3 دارای مبدا منطبق بر مرکز زمین بوده و بر خلاف مختصات ECEF همراه با زمین حرکت نمی‌کند و نسبت به آن ثابت است. محور z این دستگاه مختصات شمال جغرافیایی زمین و محور x آن از تقاطع خط اعتدال بهاری⁴ و صفحه استوای زمین در یک مبدا زمانی مشخص مانند یکم ژانویه 2000 (J2000) تعیین می‌شود. سیستم مختصات بعد⁵ (α) ، میل⁶ (δ) و فاصله (h) بیان دیگری از ECI است که برای تعیین موقعیت ماهواره‌ها و اجرام سماوی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

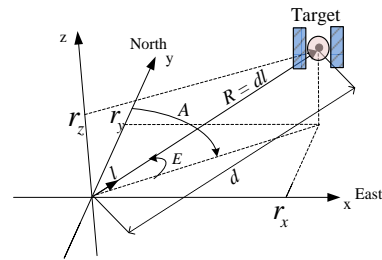


شکل 3: نمایش چارچوب مختصات ECI.

2-4. موقعیت‌یابی غیرفعال ماهواره

در کاربردهای عملی از دید هر حسگر غیرفعال، تنها جهت ماهواره با داده زاویه‌ای سمت-ارتفاع نسبت به حسگر با تنظیم محور y در جهت شمال و محور z در جهت عمود بر سطح زمین در دسترس است. مساله اصلی در اینجا عدم امکان محاسبه فاصله ماهواره از حسگر می‌باشد. روش رایج برای تخمین فاصله، استفاده از مشاهده‌های متوالی زاویه‌ای سمت-ارتفاع ماهواره می‌باشد که دارای دقت

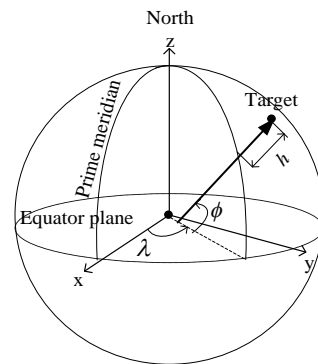
زاویه‌ای (بردار جهت) از هدف یعنی A و E را در این دستگاه مختصات استخراج می‌کنند.



شکل 1: نمایش موقعیت هدف در سیستم مختصات سمت-اوج-فاصله.

2-2. سیستم مختصات ECEF

چارچوب مختصات ECEF مطابق شکل 2 بر روی زمین ثابت بوده و مبدا آن در مرکز زمین قرار دارد. این سیستم مختصات، زمین را مانند یک بیضی گون مرجع در نظر می‌گیرد و فرض می‌کند که مرکز آن با دقت بالایی بر مرکز جرم زمین منطبق است.



شکل 2: نمایش چارچوب مختصات ECEF کارترین و ژئودتیک.

سیستم مختصات ژئودتیک جهانی 1984 (WGS84)¹⁰ به عنوان سیستم قراردادی برای توصیف بیضی گون مرجع مورد استفاده قرار می‌گیرد. در نمایش کارترین این دستگاه مختصات، محور x از تقاطع نصف النهار مبدا¹¹ و صفحه استوای¹²، محور z در راستای شمال زمین و محور y نیز به صورت عمود بر دو محور دیگر طبق قاعده دست راست تعیین می‌شود. این دستگاه مختصات همواره همراه با زمین حرکت کرده و مکان هر نقطه در آن ثابت و مستقل از زمان می‌باشد.

³ Geodetic

⁴ Vernal equinox

⁵ Right ascension

⁶ Declination

¹⁰ World Geodetic System

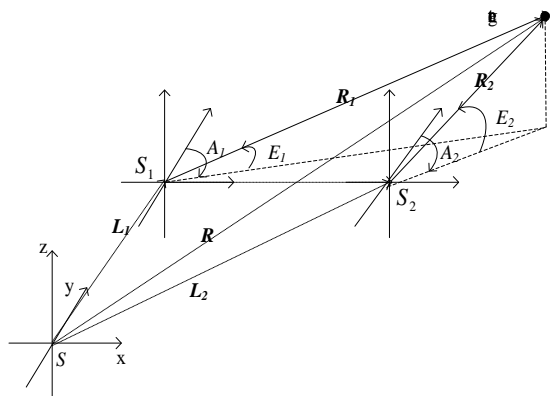
¹¹ Prime meridian

¹² Equator plane

عملکرد آن، نمودار بلوکی از مراحل اجرای این الگوریتم نمایش داده می‌شود.

3-1. فاصله‌سنجی غیرفعال بر اساس تخمین حداقل مربعات و داده‌های فقط-زاویه‌ای

در این روش فاصله‌سنجی با دو حسگر غیر فعال با در نظر گرفتن دو دستگاه مختصات با مبدا S_1 برای حسگر 1 و S_2 برای حسگر 2 مطابق شکل 6 انجام می‌شود.



شکل 6: نمایش بردارهای هدف از دید دو حسگر غیرفعال S_1 و S_2 نسبت به مختصات مرجع S .

در اینجا فرض شده است که محورهای مختصات دو حسگر با هم موازی بوده و هم زمان هدف یکسانی را آشکارسازی می‌کنند. در این حالت تنها زوایای جهت دیده شده توسط هر حسگر در دسترس است و مطابق شکل 6 هدف از دید S_1 در راستای بردار R_1 با زوایای سمت A_1 و ارتفاع E_1 و از دید S_2 در راستای بردار R_2 با زوایای سمت A_2 و ارتفاع E_2 در نظر گرفته شده‌اند.

علاوه بر این مطابق شکل 6، موقعیت‌های S_1 و S_2 به ترتیب با بردارهای کارترین $L_1 = [x_1 \ y_1 \ z_1]^T$ و $L_2 = [x_2 \ y_2 \ z_2]^T$ نسبت مختصات مرجع S تعریف شده‌اند. در این حالت بردار R که بردار مکان هدف در سیستم مختصات مرجع S است با روابط (1) و (2) قابل تعریف است:

$$R = L_1 + R_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} + d_1 r_1 \quad (1)$$

$$R = L_2 + R_2 = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} + d_2 r_2 \quad (2)$$

بسیار کمی است. شکل 4 نمونه ای از یک حسگر دوربین با لنز تلسکوپی را نشان می‌دهد که از آن برای دریافت تصویر از ماهواره استفاده شده است.



شکل 4: تصویر یک حسگر غیرفعال دوربین با لنز تلسکوپ [24].

شکل 5 تصویر دریافت شده توسط یک حسگر دوربین را نشان می‌دهد که در آن ماهواره به صورت یک رگه نورانی در تصویر مشخص است. مطابق شکل 5 تنها داده مربوط به سمت-ارتفاع مرکز ماهواره بعد از کالیبراسیون تصویر قابل استخراج بوده و اطلاعاتی از فاصله ماهواره تا مکان حسگر در سطح زمین به منظور موقعیت‌یابی آن در دسترس نیست.



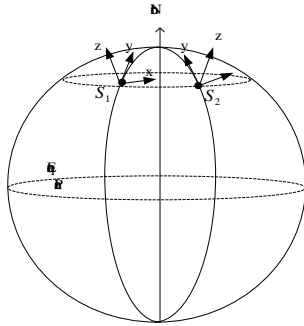
شکل 5: نمایش ماهواره به صورت یک رگه نورانی در تصویر گرفته توسط حسگر دوربین که در سطح زمین قرار گرفته است [25].

نویز حرارتی حسگر، نویز آشکارسازی در شناسایی هدف، خطای مرکز‌یابی، خطای زمانی در ثبت مشاهدات زاویه‌ای به ویژه در هنگام دریافت همزمان مشاهدات حسگرها از مهم-ترین منابع ایجاد نویز هستند که می‌توانند سبب کاهش دقت در اعلام موقعیت دقیق زاویه‌ای هدف شوند.

3. روش پیشنهادی

به منظور موقعیت‌یابی دقیق ماهواره با استفاده از داده‌های فقط زاویه‌ای سمت-ارتفاع، الگوریتمی مبتنی بر تخمین حداقل مربعات پیشنهاد شده است که در ادامه ضمن تشریح نحوه

علاوه بر این، به دلیل انحنای زمین، محورهای z دو مکان حسگر نیز باهم موازی نخواهند بود.



شکل 7: نمایش موازی نبودن محورهای مختصات سمت-ارتفاع دو حسگر غیرفعال به دلیل تلاقی محور y آنها در شمال زمین و وجود انحنای زمین.

به همین منظور در این بخش برای برطرف کردن مساله موازی شدن محورهای مختصات از دید مکان حسگرها پیش از به کار گیری روش فاصله‌یابی بر مبنای تخمین حداقل مربعات بیان شده در قسمت قبل، ماتریس دورانی ارائه می‌شود که در آن با چرخش محورهای مختصات، شرط موازی بودن محورها برقرار شده و امکان فاصله سنجی دقیق به ویژه برای اهداف با برد بلند نظیر ماهواره فراهم می‌شود. در این روش چارچوب مختصات ECEF به عنوان مختصات مرجع S در نظر گرفته شده که با تولید ماتریس دوران، محورهای مختصات هر حسگر (S_2 و S_1) با محورهای آن موازی خواهند شد.

برای اجرای دوران به اندازه زاویه θ حول سه محور x ، y و z بر روی هر بردار کارترین $V = [x \ y \ z]^T$ به ترتیب از سه ماتریس اصلی $R_x(\theta)$ ، $R_y(\theta)$ و $R_z(\theta)$ مطابق روابط (8) تا (9) استفاده می‌شود:

$$R_x(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$R_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$R_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

در اینجا، d_1 اندازه بردار R_1 و d_2 اندازه بردار R_2 می‌باشد. l_1 و l_2 هم به ترتیب بردارهای جهت R_1 و R_2 هستند که با کمک رابطه (3) قابل تعریف هستند:

$$\begin{aligned} r_1 &= \begin{bmatrix} \cos(E_1) \sin(A_1) \\ \cos(E_1) \cos(A_1) \\ \sin(E_1) \end{bmatrix} \\ r_2 &= \begin{bmatrix} \cos(E_2) \sin(A_2) \\ \cos(E_2) \cos(A_2) \\ \sin(E_2) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

از تساوی روابط (1) و (2) و انجام ساده‌سازی رابطه (4) به دست می‌آید:

$$[r_1 \ -r_2] \otimes \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} = [L_2 \ L_1] \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

در اینجا \otimes ضرب خارجی دو بردار می‌باشد. می‌توان رابطه (4) را برای سادگی به صورت حاصل ضرب سه ماتریس A ، X و B به ترتیب از چپ به راست بازنویسی کرد:

$$A \otimes X = B \quad (5)$$

در این صورت با استفاده از روش تخمین حداقل مربعات، ماتریس مجهول X با رابطه (6) به دست می‌آید:

$$X = (A^T \otimes A)^{-1} \otimes A^T \otimes B \quad (6)$$

در اینجا علامت T بیان کننده ترانپوز ماتریس و علامت -1 هم بیان کننده ماتریس معکوس می‌باشد. در ادامه با داشتن فواصل مجهول هدف نسبت به مکان هر حسگر (d_1 و d_2)، بردار موقعیت هدف، R ، نسبت به مختصات مرجع مطابق با رابطه (7) محاسبه می‌شود:

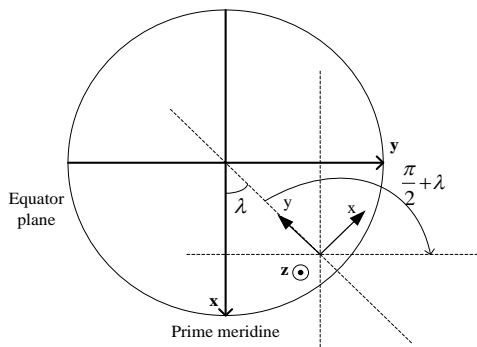
$$R = \frac{1}{2} (L_1 + L_2 + [r_1 \ r_2] \otimes X) \quad (7)$$

2-3. تولید ماتریس دوران موازی کننده محورها

مطابق شکل 7 با در نظر گرفتن دو حسگر غیر فعال در دو مکان مجزا روی سطح زمین بر اساس مختصات سمت-ارتفاع-فاصله، شرط موازی بودن محورهای مختصات برای استفاده از روش تخمین حداقل مربعات پیشنهاد شده در قسمت قبل برقرار نخواهد بود. در واقع مطابق شکل 7 اگر محور y هر حسگر در مختصات سمت-ارتفاع-فاصله امتداد داده شود به محور عمودی زمین در راستای شمال می‌رسد.

بعد از موازی کردن محور z باید محورهای x و y دستگاه مختصات حسگر و دستگاه مختصات مرجع ECEF با هم موازی شوند. شکل 9 تصویر صفحه xy مختصات حسگر را بر روی صفحه استوا زمین (صفحه xy مختصات ECEF)، بعد از موازی شدن محور x نشان می‌دهد. مطابق شکل 9 با چرخش صفحه xy حول محور z در جهت عقربه‌های ساعت با زاویه $\lambda + \frac{\pi}{2}$ ، محورهای x و y حسگر و مختصات ECEF با هم موازی می‌شوند. به این ترتیب ماتریس دوران $R_z(\theta_2)$ ، با زاویه دوران $\theta_2 = -(\frac{\pi}{2} + \lambda)$ حول محور z ، به کمک رابطه (12)، قابل محاسبه است:

$$R_z(\theta_2) = \begin{bmatrix} -\sin \lambda & -\cos \lambda & 0 \\ \cos \lambda & -\sin \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$



شکل 9: تصویر از بالای سیستم مختصات ECEF که در آن تصویر صفحه xy مختصات حسگر منطبق بر صفحه استوای زمین است و جهت محور y آن نیز به طرف مرکز زمین می‌باشد.

در نهایت محورهای مختصات مکان حسگر بعد از دو دوران متوالی حول محورهای x و z با محورهای مختصات ECEF موازی خواهند شد. در واقع ماتریس دوران نهایی $R_t(\lambda, \phi)$ از ضرب خارجی دو ماتریس دوران $R_x(\theta_1)$ و $R_z(\theta_2)$ مطابق با رابطه (13) محاسبه می‌شود:

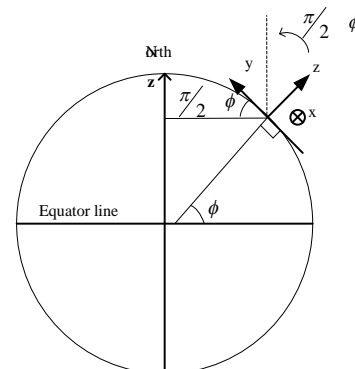
$$R_t(\lambda, \phi) = R_x(\theta_1) * R_z(\theta_2) = \begin{bmatrix} -\sin \lambda & -\sin \phi \cos \lambda & \cos \phi \cos \lambda \\ \cos \lambda & -\sin \phi \sin \lambda & \cos \phi \sin \lambda \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \end{bmatrix} \quad (13)$$

همان طوری که از رابطه (13) مشخص است با داشتن زوایای طول جغرافیایی λ و عرض جغرافیایی ϕ می‌توان ماتریس دوران مربوط به بردار جهت هدف در هر مکان حسگر

برای برقراری شرط موازی بودن محورهای مختصات دو حسگر، باید زوایای چرخش را متناظر با طول جغرافیایی λ و عرض جغرافیایی ژئودتیک ϕ محاسبه کرد. به همین منظور لازم است ابتدا زوایای سمت-ارتفاع هدف از دید هر حسگر را به بردار کارتزین معادل آن مطابق رابطه (3) تبدیل کرد و سپس عملیات دوران را بر روی آن اجرا کرد. در ادامه دو مرحله دوران یکی حول محور x برای موازی کردن محور z و دیگری حول محور z برای موازی کردن محورهای x و y ارائه خواهد شد.

3-2-1. دوران حول محور x

در این مرحله ماتریس دوران حول محور x برای موازی شدن محور z دستگاه مختصات حسگر با محور z دستگاه مختصات مرجع ECEF محاسبه می‌شود. شکل 8 تصویر صفحه yz در دستگاه مختصات حسگر را بر روی سطح زمین که در آن محور x به طرف داخل صفحه است، نشان می‌دهد.



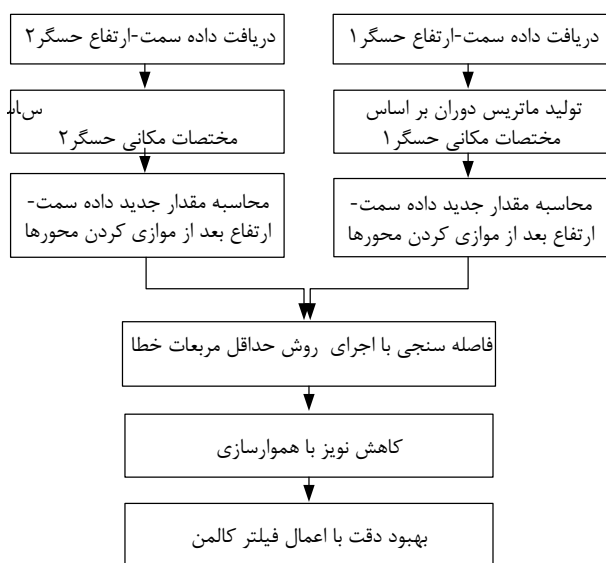
شکل 8: چرخش حول محور x مختصات سمت-ارتفاع حسگر به منظور موازی کردن محور z آن با محور z مختصات ECEF.

همان طوری که از روی شکل 8 مشخص است باید دستگاه مختصات به اندازه زاویه $(\frac{\pi}{2} - \phi)$ حول محور x در جهت عقربه‌های ساعت چرخانده شود تا شرط موازی شدن محور z برقرار شود. در این صورت ماتریس دوران $R_x(\theta_1)$ با زاویه دوران $\theta_1 = -(\frac{\pi}{2} - \phi)$ حول محور x با رابطه (11) قابل محاسبه است:

$$R_x(\theta_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \phi & -\cos \phi \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \end{bmatrix} \quad (11)$$

3-2-2. دوران حول محور z

در مختصات مرجع می‌باشد. در واقع در این قسمت فیلتر کالمن تطبیقی [۲۲] بر روی هر بردار کارترین موقعیت هدف در مختصات مرجع اعمال شده تا با کاهش اثر نویز، دقت موقعیت‌یابی ماهواره را نیز تا حد ممکن افزایش دهد. در نهایت با توجه مراحل بیان شده در این قسمت، نمودار بلوکی روش پیشنهادی در شکل 10 ترسیم شده است. مطابق شکل، ورودی الگوریتم پیشنهادی اطلاعات مربوط به داده‌های سمت-ارتفاع ماهواره از دو حسگر غیر فعال بوده و خروجی هم داده‌های محاسبه شده از موقعیت مکانی ماهواره می‌باشد.



شکل 10: نمودار بلوکی روش پیشنهادی.

4. شبیه‌سازی

جهت انجام شبیه‌سازی، ماهواره ENVISAT از لیست ماهواره‌های درخشان به عنوان هدف انتخاب شده است. دو مکان حسگر S_1 و S_2 با مختصات طول جغرافیایی، عرض جغرافیایی و ارتفاع مطابق با جدول 1 در نظر گرفته شده‌اند. برای پیاده‌سازی الگوریتم فاصله‌سنجی بر مبنای زوایای سمت-ارتفاع، از TLE^{17} مربوط به ماهواره ENVISAT و الگوریتم انتشار $SGP4^{18}$ [23] برای تولید مشاهدات زاویه‌ای از دید هر مکان حسگر استفاده شده است.

را به دست آورد و بر اساس آن شرط موازی بودن محورهای مختصات را برآورده کرد.

با فرض اینکه زوایای طول و عرض جغرافیایی مکان‌های حسگر 1، (λ_1, ϕ_1) و حسگر 2 (λ_2, ϕ_2) باشند در این صورت بعد از محاسبه مقادیر بردارهای جهت r_1 و r_2 مطابق رابطه (3)، مقادیر جدید بردارهای جهت r_1' و r_2' هدف بعد از اجرای دوران با رابطه (14) به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} r_1' &= R_t(\lambda_1, \phi_1) * r_1 \\ r_2' &= R_t(\lambda_2, \phi_2) * r_2 \end{aligned} \quad (14)$$

3-3. کاهش نویز

وجود نویز اندازه‌گیری در حسگرهای غیر فعال به دلیل عوامل مختلف نظیر حرارت و محدودیت قدرت تفکیک امری اجتناب‌ناپذیر است. به همین منظور در این مرحله تکنیک هموارسازی گوسی [21] بر روی بردارهای جهت هدف به دست آمده از رابطه (14) پیش از به کارگیری تکنیک تخمین حداقل مربعات اعمال می‌شود تا به عنوان یک فیلتر پایین‌گذر، اثر نویز موجود در اندازه‌گیری را تا حد ممکن کاهش داده و مقادیر جدید بردارهای هدف r_1'' و r_2'' را تولید کند.

3-4. محاسبه بردار فاصله هدف

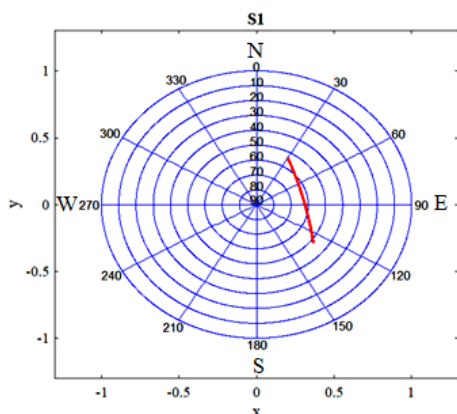
در این مرحله بعد از موازی کردن محورهای مختصات دو حسگر و همین‌طور کاهش اثر نویز، با استفاده از روش تخمین حداقل مربعات، فاصله‌سنجی با تکنیک حداقل مربعات خطا صورت می‌گیرد. به همین منظور با تشکیل ماتریس $A = [r_1'' - r_2'']$ و جایگذاری آن در رابطه (6) مقدار بردار فاصله هدف X از حسگرهای 1 و 2 به دست می‌آید. در نهایت بردار موقعیت هدف R در مختصات مرجع ECEF با رابطه (7) محاسبه می‌شود. با توجه به معلوم بودن زمان ثبت مشاهدات زاویه‌ای، موقعیت هدف در مختصات ECI نیز قابل محاسبه خواهد بود.

3-5. بهبود دقت با اعمال فیلتر کالمن تطبیقی

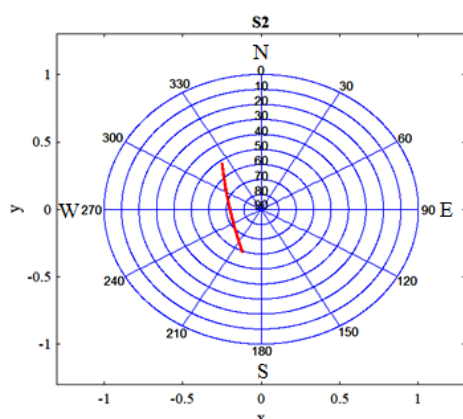
وجود خطا در زاویه سنجی برای تعیین جهت هدف نیز عامل مهم دیگر در تعیین فاصله‌یابی دقیق و تخمین موقعیت هدف نسبت به مختصات مرجع می‌باشد. هدف از اجرای این مرحله بهبود دقت بردار موقعیت ماهواره بعد از تخمین اولیه

¹⁷ Two Line Element

¹⁸ Simplified General Perturbations 4



شکل 12: مشاهدات سمت-ارتفاع ماهواره از دید حسگر S_1 .



شکل 13: مشاهدات سمت-ارتفاع ماهواره از دید حسگر S_2 .

به منظور ارزیابی عملکرد الگوریتم پیشنهادی در این قسمت دو مرحله شبیه‌سازی با تغییر مقادیر مشاهدات زاویه‌ای سمت-ارتفاع هدف نسبت به مقادیر صحیح صورت گرفته است. در مرحله اول اثر قدرت تفکیک زاویه‌ای حسگر در تعیین موقعیت هدف مورد بررسی قرار گرفته و در مرحله دوم اثر وجود نویز با افزودن نویز گوسی تصادفی به هر مشاهده فقط-زاویه‌ای تحلیل شده است.

4-1. بررسی اثر قدرت تفکیک زاویه‌سنجی

در این قسمت اثر کاهش دقت اندازه‌گیری حسگر با توجه به محدودیت قدرت تفکیک آن بر روی عملکرد الگوریتم پیشنهادی بررسی می‌شود. به همین منظور فرآیند گرد کردن بر روی داده‌های اندازه‌گیری شده با 3 محدودیت 0.01° ، 0.1° و 1° انجام شده و به عنوان ورودی به الگوریتم پیشنهادی داده شده است.

شکل 14 مقادیر فاصله تخمین زده (h) توسط الگوریتم پیشنهادی نسبت به مقدار صحیح فاصله (True) در مختصات

برای اینکه هدف از دید دو حسگر به طور همزمان قابل رویت باشد، لازم است که زاویه ارتفاع آن از دید هر حسگر بزرگتر از یک حد آستانه با مقدار بزرگتر از صفر باشد. به همین منظور تولید داده‌های زاویه‌ای ناشی از رویت ماهواره به صورت همزمان از دو مکان S_1 و S_2 با مبدا زمانی **2019/11/26 14:38:38** شروع شده و تا زمان **2019/11/26 14:40:38** ادامه یافته است. طول مدت ردیابی 2 دقیقه با بازه زمانی **0.5** ثانیه بین دو مشاهده و با زاویه ارتفاع بزرگتر از 30 درجه از دید هر حسگر در نظر گرفته شده است. مرجع زمانی در نظر گرفته شده برای تولید مشاهدات زاویه‌ای، زمان جهانی (UTC^{19}) می‌باشد. در واقع در اینجا فرض شده است که مطابق شکل 11 یک هدف متحرک ماهواره، توسط دو حسگر غیر فعال آشکارسازی شده و زوایای سمت-ارتفاع آن در هر مشاهده به دست آمده است.

جدول 1: موقعیت حسگرهای S_1 و S_2 در مختصات ژئودتیک.

S_2	S_1	مختصات ژئودتیک
54.7458	48.3358	طول جغرافیایی (درجه)
35.7161	35.7061	عرض جغرافیایی (درجه)
200	1000	ارتفاع (متر)



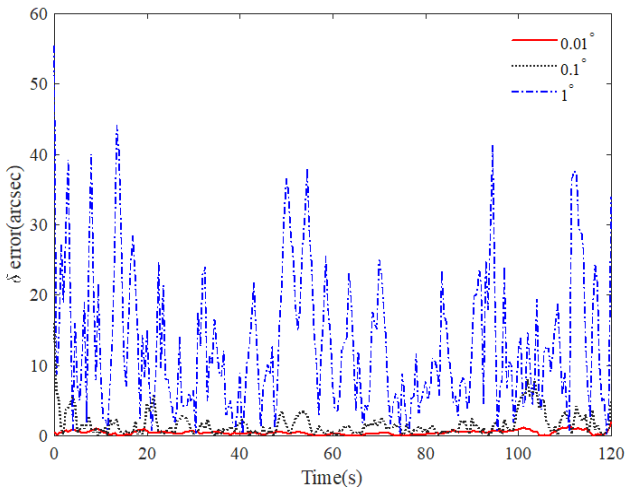
شکل 11: نمایش مسیر حرکت ماهواره ENVISAT و مکان فرضی

حسگرهای S_1 و S_2 .

شکل‌های 12 و 13 به ترتیب مشاهدات فقط-زاویه‌ای سمت-ارتفاع از دید حسگرهای S_1 و S_2 را نشان می‌دهند که به عنوان ورودی الگوریتم پیشنهادی در نظر گرفته شده اند.

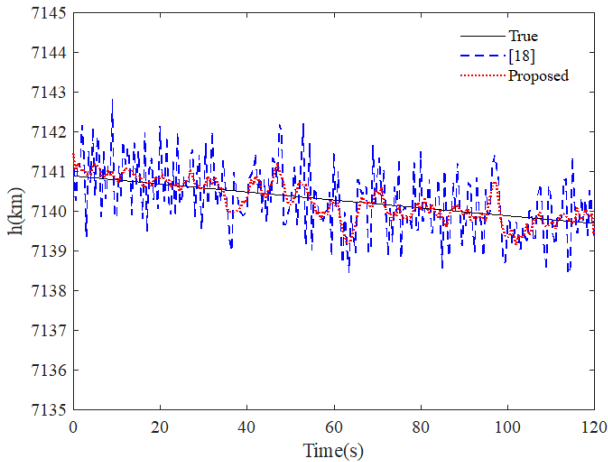
¹⁹ Coordinated universal time

شکل 15: نمودار قدرمطلق خطای زاویه بعد (α) محاسبه شده با روش پیشنهادی بر حسب زمان برای سه حالت اندازه‌گیری با دقت‌های 0.01° ، 0.1° و 1° در مدت زمان (120s) رویت ماهواره.



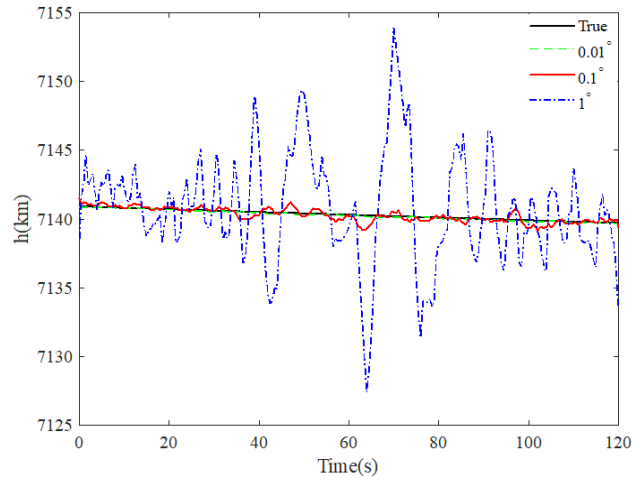
شکل 16: نمودار قدرمطلق خطای زاویه میل (δ) محاسبه شده با روش پیشنهادی بر حسب زمان برای سه حالت اندازه‌گیری با دقت‌های 0.01° ، 0.1° و 1° در مدت زمان (120s) رویت ماهواره.

به منظور ارزیابی بهتر خروجی الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم مرجع [18] برای حالتی که دقت اندازه‌گیری 0.1° می‌باشد با یکدیگر مقایسه شده و نتایج آن در شکل‌های 17، 18 و 19 آورده شده است. نتایج نشان دهنده بهتر بودن عملکرد الگوریتم پیشنهادی در تعیین موقعیت غیرفعال ماهواره می‌باشد. در واقع روش پیشنهادی می‌تواند اثر کاهش دقت اندازه‌گیری زاویه‌ای را در تخمین موقعیت غیرفعال ماهواره نسبت به روش‌های موجود جبران کند.

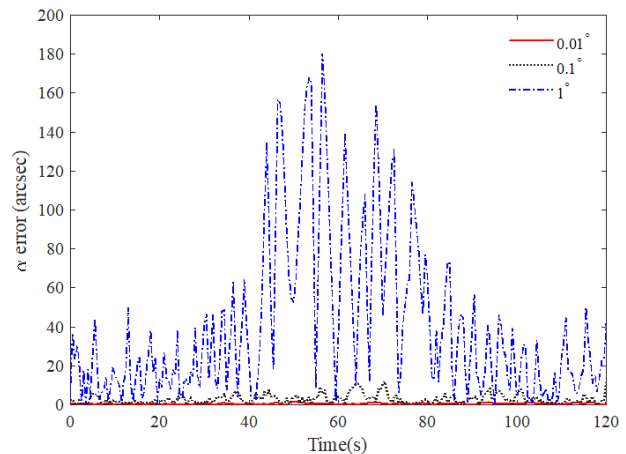


ECI را برای سه دقت اندازه‌گیری در نظر گرفته شده در مدت زمان رویت ماهواره (120s) نشان می‌دهد. علاوه بر این شکل-های 15 و 16 به ترتیب مقادیر قدر مطلق خطای زوایای بعد (α) و میل (δ) را بر حسب ثانیه قوسی (arcsec) برای سه محدودیت اندازه‌گیری در نظر گرفته شده نشان می‌دهند.

همانطوری که مشخص است مقادیر فاصله و زوایای تخمین زده شده با دقت‌های 0.01° و 0.1° به مقادیر صحیح نزدیک بوده و مطابق انتظار با کاهش دقت اندازه‌گیری به 1° ، مقدار خطای موقعیت‌یابی نیز افزایش یافته است. از آنجایی که دست‌یابی به دقت زاویه‌سنجی 0.01° برای موقعیت‌یابی ماهواره در عمل هزینه‌بر و دشوار است با الگوریتم پیشنهادی می‌توان با دقت زاویه‌سنجی 0.1° هم به نتیجه مطلوب رسید.



شکل 14: فاصله تخمین زده شده در مختصات ECI با الگوریتم پیشنهادی برای سه دقت اندازه‌گیری زاویه‌ای متفاوت نسبت به مقدار صحیح فاصله (True) در مدت زمان (120s) رویت ماهواره.



انتظار کمتر بوده است. علاوه بر این، اختلاف **RMSE** بین دقت‌های $0,01^\circ$ و $0,1^\circ$ در الگوریتم پیشنهادی در مقایسه با الگوریتم [18] کمتر است که نشان دهنده قابلیت الگوریتم پیشنهادی در تخمین بهتر موقعیت ماهواره با استفاده از داده‌های فقط زاویه‌ای است.

جدول 2: مقدار **RMSE** محاسبه شده در مختصات **ECI** برای دقت‌های متفاوت بعد از موقعیت‌یابی با استفاده از الگوریتم‌های پیشنهادی و [18].

h (km)	δ (arcsec)	α (arcsec)	Resolution	Method
0.05	0.54	0.57	0.01°	Proposed
0.30	2.42	3.80	0.1°	
4.03	16.41	58.2	1°	
0.08	0.60	0.94	0.01°	
0.77	6.01	9.94	0.1°	
8.10	57.14	106.77	1°	[18]

4-2. بررسی اثر افزودن نویز

در این قسمت به منظور بررسی اثر نویز در تعیین موقعیت ماهواره، نویز گوسی با واریانس‌های 200، 300 و 400 ثانیه قوسی و میانگین صفر به صورت تصادفی به داده‌های زاویه‌ای با دقت $0,1^\circ$ اضافه شده است. در ادامه موقعیت‌یابی با داده‌های نویزی توسط الگوریتم‌های پیشنهادی و [18] اجرا شده و مقادیر **RMSE** برای واریانس‌های مختلف نویز در جدول 3 آورده شده است.

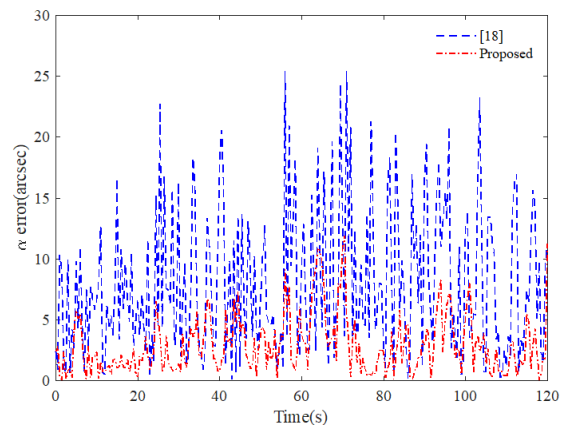
جدول 3: مقادیر **RMSE** محاسبه شده در مختصات **ECI** با حضور نویز بعد از موقعیت‌یابی با استفاده از الگوریتم‌های پیشنهادی و [18].

h (km)	δ (arcsec)	α (arcsec)	Noise variance (arcsec)	Method
0.37	3.19	5.02	200	Proposed
0.57	5.09	7.48	300	
0.79	7.06	9.02	400	
0.99	8.42	12.07	200	[18]
1.50	11.62	18.55	300	
1.76	13.48	23.64	400	

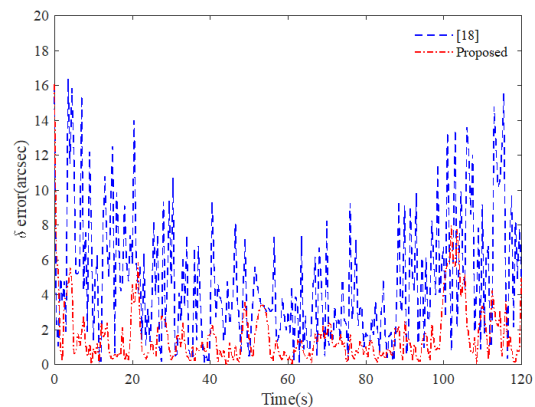
واضح است که الگوریتم پیشنهادی در برابر حضور نویز عملکرد بهتری در موقعیت‌یابی دارد. علاوه بر این با افزایش واریانس نویز، مقادیر **RMSE** به دست آمده در الگوریتم پیشنهادی اختلاف کمتری با حالت بدون نویز دارند. این نتایج نشان دهنده مناسب بودن الگوریتم پیشنهادی برای موقعیت‌یابی غیرفعال ماهواره در حضور داده‌های فقط زاویه‌ای با قدرت تفکیک کم و نویزی می‌باشد.

5. نتیجه‌گیری

شکل 17: مقایسه مقدار صحیح فاصله ماهواره (**True**) با مقادیر فاصله تخمینی توسط الگوریتم پیشنهادی و مرجع [18] برای حالتی که دقت زاویه‌سنجی $0,1^\circ$ باشد.



شکل 18: نمودار خطای محاسبه زاویه بعد (α) با استفاده از روش‌های پیشنهادی و مرجع [18] برای حالتی که دقت زاویه‌سنجی $0,1^\circ$ باشد.



شکل 19: نمودار خطای محاسبه زاویه میل (δ) با استفاده از روش‌های پیشنهادی و مرجع [18] برای حالتی که دقت زاویه‌سنجی $0,1^\circ$ باشد.

به منظور مقایسه بهتر از رابطه (15) برای محاسبه جذر خطای مربعات میانگین²⁰ (**RMSE**) استفاده شده است:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - X_T)^2}{n}} \quad (15)$$

در اینجا X_T مقدار صحیح، X_i مقدار محاسبه شده و n هم تعداد اندازه‌گیری‌های انجام شده می‌باشند. جدول 2 مقادیر **RMSE** محاسبه شده برای زوایای بعد-میل و ارتفاع در دستگاه مختصات **ECI** با استفاده از الگوریتم پیشنهادی و الگوریتم [18] را نشان می‌دهد. همانطوری که مشخص است مقدار **RMSE** در الگوریتم پیشنهادی در شرایط یکسان مطابق

²⁰ Root Mean Square Error

[4]Markkanen, J., Nygrén, T., Markkanen, M., Voiculescu, M., & Aikio, A. (2013). High-precision measurement of satellite range and velocity using the EISCAT radar. *Annales Geophysicae* (09927689), 31(5).

[5] Wilkinson, M., Schreiber, U., Procházka, I., Moore, C., Degnan, J., Kirchner, G., ... & Courde, C. (2018). "The next generation of satellite laser ranging systems". *Journal of Geodesy*, pp.1-21.

[6]Bindhu, SK Hima, and P. Prasanna Murali Krishna. (2014) "Geolocation using TDOA and FDOA Measurements in sensor networks Using Non-Linear Elements." *International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT) – Vol. 14 No. 1.*

[7]MacDonald, Douglas J., Michael R. Hawks, and Kevin C. Gross. (2010) "Passive ranging using mid-wavelength infrared atmospheric attenuation." In *SPIE Defense, Security, and Sensing*, pp. 766041-766041. International Society for Optics and Photonics.

[8]Yu Yun, Zhao Hongwei, Yu Jie, (2016) "Improved Passive Ranging Algorithm Based on the Waveguide Invariant Theory", 978-1-4673-9978-4/16 IEEE.

[9]Bondžulić, Boban P., Srđan T. Mitrović, Žarko P. Barbarić, and Milenko S. Andrić.(2013). "A comparative analysis of three monocular passive ranging methods on real infrared sequences." *Journal of Electrical Engineering* 64, no. 5, pp.305-310.

[10]Majid Amjadyan, Mehdi Boroumand, M.H Ferdowsi, (2009). "Passive Range Estimation by One Camera Using EKF and Image Processing." *IEEE International Conference on Signal and Image Processing Applications.*

[12]Liang, W., Jia, Z., Kang, L., Hong, J., Lei, B., Zhang, Q. and Chen, Q., (2018). "An Accurate Measurement Method for Azimuth Pointing of Spaceborne Synthetic Aperture Radar Antenna Beams Based on Ground Receiver". *Sensors*, 18(8), p.2626.

[13]Pantalone, B., & Kudenov, M. W. (2018). "Initial orbit determination using Doppler shift of Fraunhofer lines." *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 130(12), 80.

[14]Riesing, K.M., Yoon, H. and Cahoy, K.L., Massachusetts Institute of Technology, (2018). "Satellite tracking with a portable telescope and star camera". U.S. Patent 9,991,958.

[15]Wie, B., and Ahn, J.,(2017). "On Selecting the Correct Root of Angles-Only Initial Orbit Determination of Lagrange, Laplace, and Gauss," *Journal of the Astronautical Sciences*, Vol. 64, No. 1, pp. 50–71.

[16]Perez, A.C., Geller, D.K. and Lovell, T.A., (2018). "Non-iterative angles-only initial relative orbit determination with J2 perturbations." *Acta Astronautica*, 151, pp.146-159.

در این مقاله روشی برای موقعیت‌یابی غیرفعال ماهواره‌ها با استفاده از داده‌های فقط زاویه‌ای سمت-ارتفاع دو حسگر غیرفعال ارائه شده است. روش پیشنهادی ابتدا نوین اندازه‌گیری در داده‌های سمت-ارتفاع حسگر را کاهش داده و سپس با تولید یک ماتریس تبدیل، امکان موازی کردن محورهای مختصات دو حسگر را نسبت به مختصات مرجع را فراهم کرده است. در ادامه با استفاده از تکنیک حداقل مربعات، بهترین فاصله ماهواره از هر حسگر تخمین زده شده و در نهایت با استفاده از فیلتر کالمن تطبیقی، تخمین دقیق‌تری از موقعیت ماهواره ارائه شده است. در قسمت شبیه‌سازی اثر کاهش دقت اندازه‌گیری و همین‌طور حضور نوین در داده‌های زاویه‌ای برای موقعیت‌یابی مورد بررسی قرار گرفت که بیان‌کننده عملکرد مناسب الگوریتم پیشنهادی بوده است. در واقع الگوریتم پیشنهادی نسبت به روش‌های موجود امکان استفاده از حسگرهای غیرفعال ارزانتر با دقت زاویه‌سنجی کمتر و در حضور نوین را برای موقعیت‌یابی بهتر فراهم کرده است. به هر حال، استفاده از ساختار شبکه‌ای حسگرها به منظور رصد غیرفعال ماهواره‌ها در تمامی نقاط کشور، حل مشکل ناهمزمانی در ثبت داده‌های زاویه‌ای یک هدف از دید چند حسگر غیرفعال، به کارگیری حسگرهای غیرفعال متنوع با دقت‌های اندازه‌گیری متفاوت و بهبود الگوریتم‌های تعیین مدار حرکتی ماهواره از طریق دریافت داده‌های چند حسگر غیرفعال از موضوعات پیشنهادی هستند که می‌توانند به عنوان ادامه کار در آینده مورد بررسی قرار گیرند.

6. مراجع (References)

[1]Paul Perez, William D. Jemison, Linda Mullen, Alan Laux, (2012) "Techniques to enhance the performance of hybrid lidar-radar ranging systems", 978-1-4673-0831-1/12, IEEE.

[2] Chongyang Wei, Yingsheng Zeng, Tao Wu, (2013). "Obstacle Detection Based on a 2D Large Range Sonar Model", 6th International Congress on Image and Signal Processing.

[3] Chen Tongtong, Dai Bin, Liu Daxue, Liu Zhao, (2011). "LIDAR-based Long Range Road Intersection Detection", Sixth International Conference on Image and Graphics.

- [22] Akhlaghi, S., Zhou, N., & Huang, Z. (2017). Adaptive adjustment of noise covariance in Kalman filter for dynamic state estimation. In 2017 IEEE Power & Energy Society General Meeting (pp. 1-5). IEEE.
- [23] San-Juan, J.F., Pérez, I., San-Martín, M. and Vergara, E.P., (2017). "Hybrid SGP4 orbit propagator". *Acta Astronautica*, 137, pp.254-260.
- [24] Gasdia, F., Barjatya, A. and Bilardi, S., (2017). Multi-Site Simultaneous Time-Resolved Photometry with a Low Cost Electro-Optics System. *Sensors*, 17(6), p.1239.
- [25] Ciurte, A. and Danescu, R., (2014). "Automatic detection of meo satellite streaks from single long exposure astronomic images". In 2014 International Conference on Computer Vision Theory and Applications (VISAPP) (Vol. 1, pp. 538-544). IEEE.
- [17] Earl, M.A., (2015). "Determining the range of an artificial satellite using its observed trigonometric parallax." arXiv preprint arXiv:1504.00965.
- [18] Shang, H., Chen, D., Cao, H., Fu, T. and Gao, M., (2018) "Initial Orbit Determination Using Very Short Arc Data Based on Double-Station Observation." *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*.
- [19] Choi, J., Choi, Y.J., Yim, H.S., Jo, J.H. and Han, W.Y., (2010). "Two-site optical observation and initial orbit determination for geostationary earth orbit satellites." *Journal of Astronomy and Space Sciences*, 27(4), pp.337-343.
- [20] Zimmer, P.C., McGraw, J.T. and Ackermann, M.R., (2014). "Demonstration of Uncued Surveillance of LEO". In Proceedings of the 2014 AMOS Technical Conference.
- [21] İpek, M., (2017). Satellite orbit estimation using kalman filters (Doctoral dissertation, Phd Thesis. In Middle East Technical University).